

Remédiation - Opérations simples sur les fractions

A) Somme ou différence de fractions

1) Rappel de la règle d'addition

Pour additionner deux fractions, il suffit

- de les réduire au même dénominateur et
- d'additionner les nouveaux numérateurs en conservant le dénominateur.

Rmq : le dénominateur commun est le **Plus Petit Commun Multiple** des dénominateurs.

Exemples : $\frac{3}{2} + \frac{5}{3} = \frac{9}{6} + \frac{10}{6} = \frac{9+10}{6} = \frac{19}{6}$ $\frac{-3}{4} + \frac{5}{6} = \frac{-9}{12} + \frac{10}{12} = \frac{-9+10}{12} = \frac{1}{12}$

Calcule.

$\frac{3}{4} - \frac{2}{5} = \frac{15}{20} - \frac{8}{20} = \frac{7}{20}$ $\frac{-2}{9} + \frac{7}{6} = \frac{-4}{18} + \frac{21}{18} = \frac{17}{18}$ $\frac{-4}{15} - \frac{7}{5} = \frac{-4}{15} - \frac{21}{15} = \frac{-25}{15} = \frac{-5}{3}$ $\frac{15}{8} - \frac{7}{10} = \frac{75}{40} - \frac{28}{40} = \frac{47}{40}$ $\frac{-3}{10} + \frac{7}{15} = \frac{-9}{30} + \frac{14}{30} = \frac{5}{30} = \frac{1}{6}$	$\frac{-2}{7} + \frac{2}{3} = \frac{-6}{21} + \frac{14}{21} = \frac{8}{21}$ $\frac{3}{14} - \frac{5}{21} = \frac{-9}{42} - \frac{10}{42} = \frac{-19}{42}$ $\frac{3}{25} + \frac{-3}{10} = \frac{6}{50} - \frac{15}{50} = \frac{-9}{50}$ $3 - \frac{6}{7} = \frac{21}{7} - \frac{6}{7} = \frac{15}{7}$ $\frac{-7}{12} - 2 = \frac{-7}{12} - \frac{24}{12} = \frac{-31}{12}$
--	---

2) Les signes "embêtants"

Il est indispensable de rendre les dénominateurs positifs avant de réduire au même dénominateur. On en profite pour simplifier au maximum l'écriture des signes.

Exemple : $\frac{-5}{-4} + \frac{4}{-7} = \frac{5}{4} + \frac{-4}{7} = \frac{5}{4} - \frac{4}{7} = \frac{35}{28} - \frac{16}{28} = \frac{35-16}{28} = \frac{19}{28}$

Calcule.

$$\frac{3}{-5} - \frac{-7}{3} = -\frac{3}{5} + \frac{7}{3} = -\frac{9}{15} + \frac{35}{15} = \frac{26}{15}$$

$$\frac{-3}{-8} + \frac{-9}{10} = \frac{3}{8} - \frac{9}{10} = \frac{15}{40} - \frac{36}{40} = \frac{-21}{40}$$

$$\frac{-4}{-5} + \frac{-7}{25} = \frac{4}{5} - \frac{7}{25} = \frac{20}{25} - \frac{7}{25} = \frac{13}{25}$$

$$\frac{15}{14} - \frac{3}{-21} = \frac{15}{14} + \frac{3}{21} = \frac{15}{14} + \frac{1}{7} = \frac{15}{14} + \frac{2}{14} = \frac{17}{14}$$

$$\frac{1}{-10} - \frac{-7}{25} = -\frac{1}{10} + \frac{7}{25} = -\frac{5}{50} + \frac{14}{50} = \frac{9}{50}$$

$$\begin{aligned} \frac{3}{-5} - \frac{5}{7} &= \frac{3}{5} - \frac{5}{7} = \frac{21}{35} - \frac{25}{35} = -\frac{4}{35} \\ \frac{3}{-18} + \frac{-7}{-27} &= -\frac{3}{18} + \frac{7}{27} = -\frac{1}{6} + \frac{7}{27} = -\frac{9}{54} + \frac{14}{54} = \frac{5}{54} \\ \frac{-2}{15} + \frac{7}{-20} &= \frac{2}{15} - \frac{7}{20} = \frac{8}{60} - \frac{21}{60} = -\frac{13}{60} \\ \frac{3}{-14} - 3 &= -\frac{3}{14} - 3 = -\frac{3}{14} - \frac{42}{14} = -\frac{45}{14} \\ -5 - \frac{5}{-12} &= -5 + \frac{5}{12} = -\frac{60}{12} + \frac{5}{12} = -\frac{55}{12} \end{aligned}$$

B) Produit de fractions

1) Pour multiplier deux fractions, il suffit

- de multiplier les numérateurs et les dénominateurs entre eux et
- de simplifier, si possible, avant d'effectuer les produits.

Exemples :

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{5}{7} = \frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 7} = \frac{10}{21}$$

$$\frac{4}{9} \cdot \frac{-6}{5} = \frac{4 \cdot (-6)}{9 \cdot 5} = \frac{4 \cdot (-2)}{3 \cdot 5} = \frac{-8}{15}$$

Calcule.

$$\frac{-3}{4} \cdot \frac{8}{9} = \frac{-3 \cdot 8}{4 \cdot 9} = \frac{-1 \cdot 2}{1 \cdot 3} = -\frac{2}{3}$$

$$\frac{-21}{5} \cdot \frac{-25}{28} = \frac{(-21) \cdot (-25)}{5 \cdot 28} = \frac{-3 \cdot (-5)}{1 \cdot 4} = \frac{15}{4}$$

$$\frac{5}{4} \cdot \frac{-12}{25} = \frac{5 \cdot (-12)}{4 \cdot 25} = \frac{1 \cdot (-3)}{1 \cdot 5} = -\frac{3}{5}$$

$$\frac{-5}{51} \cdot \frac{17}{-15} = \frac{5 \cdot 17}{51 \cdot (-15)} = \frac{1}{9}$$

$$\frac{-4}{9} \cdot \frac{6}{-5} = \frac{-4 \cdot 6}{9 \cdot (-5)} = \frac{-4 \cdot 2}{3 \cdot (-5)} = \frac{8}{15}$$

$$\frac{1}{5} \cdot \frac{-3}{5} = \frac{1 \cdot (-3)}{5 \cdot 5} = \frac{-3}{25}$$

$$\frac{5}{-8} \cdot \frac{-12}{35} = \frac{5 \cdot (-12)}{(-8) \cdot 35} = \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 7} = \frac{3}{14}$$

$$3 \cdot \frac{-8}{15} = \frac{3 \cdot (-8)}{15} = \frac{1 \cdot (-8)}{5} = -\frac{8}{5}$$

$$\frac{-3}{10} \cdot \frac{-14}{21} = \frac{(-3) \cdot (-14)}{10 \cdot 21} = \frac{-1 \cdot (-7)}{5 \cdot 7} = \frac{1}{5}$$

$$\frac{-6}{5} \cdot (-2) = \frac{(-6) \cdot (-2)}{5} = \frac{12}{5}$$

$$\frac{8}{-21} \cdot \frac{56}{24} = \frac{8 \cdot 56}{-21 \cdot 24} = \frac{1 \cdot 56}{-21 \cdot 3} = -\frac{56}{63}$$

$$\frac{15}{12} \cdot (-3) = \frac{15 \cdot (-3)}{12} = \frac{5 \cdot (-3)}{4} = -\frac{15}{4}$$

2) Les signes "embêtants"

Dans un produit, il est intéressant de déterminer le signe du résultat immédiatement pour ne pas "traîner" des signes "-" inutiles.

Exemples :

$$\frac{-8}{9} \cdot \frac{-15}{7} = \frac{-8 \cdot (-15)}{9 \cdot 7} = \frac{-8 \cdot (-5)}{3 \cdot 7} = \frac{40}{21}$$

ou

$$\frac{-8}{9} \cdot \frac{-15}{7} = \frac{8 \cdot 15}{9 \cdot 7} = \frac{8 \cdot 5}{3 \cdot 7} = \frac{40}{21}$$

2 facteurs négatifs → produit positif

$$\frac{-2}{3} \cdot \frac{-5}{7} \cdot \frac{-8}{5} = \frac{-2 \cdot (-5) \cdot (-8)}{3 \cdot 7 \cdot 5} = \frac{-2 \cdot (-1) \cdot (-8)}{3 \cdot 7 \cdot 1} = \frac{-16}{21}$$

ou

$$\frac{-2}{3} \cdot \frac{-5}{7} \cdot \frac{-8}{5} = -\frac{2 \cdot 5 \cdot 8}{3 \cdot 7 \cdot 5} = -\frac{2 \cdot 1 \cdot 8}{3 \cdot 7 \cdot 1} = -\frac{16}{21}$$

3 facteurs négatifs → produit négatif

Calcule

$$\frac{-7}{-15} \cdot \frac{25}{-21} = -\frac{7 \cdot 25}{15 \cdot 21} = -\frac{1 \cdot 5}{3 \cdot 3} = -\frac{5}{9}$$

$$\frac{-48}{5} \cdot \frac{25}{-28} \cdot \frac{-1}{-5} = \frac{48 \cdot 25 \cdot 1}{5 \cdot 28 \cdot 5} = \frac{12 \cdot 5 \cdot 1}{1 \cdot 7 \cdot 5} = \frac{12}{7}$$

$$\frac{12}{-49} \cdot \frac{-35}{15} = \frac{12 \cdot 35}{49 \cdot 15} = \frac{4 \cdot 5}{7 \cdot 5} = \frac{4}{7}$$

$$-3 \cdot \frac{-1}{33} \cdot \frac{55}{28} = \frac{3 \cdot 1 \cdot 55}{33 \cdot 28} = \frac{1 \cdot 1 \cdot 55}{11 \cdot 28} = \frac{1 \cdot 1 \cdot 5}{1 \cdot 28} = \frac{5}{28}$$

$$\frac{-35}{24} \cdot \frac{-8}{9} \cdot \frac{-6}{25} = -\frac{35 \cdot 8 \cdot 6}{24 \cdot 9 \cdot 25} = -\frac{7 \cdot 1 \cdot 2}{3 \cdot 3 \cdot 5} = -\frac{14}{45}$$

$$\frac{-13}{-5} \cdot \frac{-10}{52} \cdot 5 = -\frac{13 \cdot 10 \cdot 5}{5 \cdot 52} = -\frac{1 \cdot 10 \cdot 1}{1 \cdot 4} = -\frac{5}{2}$$

$$-\frac{1}{9} \cdot \frac{-15}{22} = \frac{1 \cdot 15}{9 \cdot 22} = \frac{1 \cdot 5}{3 \cdot 22} = \frac{5}{66}$$

$$-7 \cdot \frac{9}{14} \cdot \frac{-2}{-9} = -\frac{7 \cdot 9 \cdot 2}{14 \cdot 9} = -\frac{1 \cdot 1 \cdot 2}{2 \cdot 1} = -1$$

C) Quotient de deux fractions

1) "Etrange" règle de division

Pour diviser une fraction par une fraction (non nulle), il suffit de multiplier la première par l'inverse de la seconde.

Exemples :

$$\frac{5}{9} : \frac{2}{7} = \frac{5}{9} \cdot \frac{7}{2} = \frac{5 \cdot 7}{9 \cdot 2} = \frac{35}{18}$$

$$\frac{8}{7} : \frac{-12}{5} = \frac{8}{7} \cdot \frac{-5}{12} = \frac{8 \cdot (-5)}{7 \cdot 12} = \frac{2 \cdot (-5)}{7 \cdot 3} = \frac{-10}{21}$$

Cas particulier : $\frac{3}{4} : 5 = \frac{3}{4} : \frac{5}{1} = \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{5} = \frac{3 \cdot 1}{4 \cdot 5} = \frac{3}{20}$

Calcule.

$\frac{-8}{9} : \frac{6}{5} = -\frac{8}{9} \cdot \frac{5}{6} = -\frac{8 \cdot 5}{9 \cdot 6} = -\frac{8 \cdot 5}{9 \cdot 6} = -\frac{4 \cdot 5}{9 \cdot 3} = -\frac{20}{27}$ $\frac{-14}{15} : \frac{-21}{25} = \frac{-14}{15} \cdot \frac{-25}{21} = \frac{14 \cdot 25}{15 \cdot 21} = \frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 3} = \frac{10}{9}$ $\frac{5}{27} : \frac{-8}{36} = \frac{5}{27} \cdot \frac{-36}{8} = -\frac{5 \cdot 36}{27 \cdot 8} = -\frac{5 \cdot 4}{3 \cdot 8} = -\frac{5}{6}$ $\frac{-1}{-26} : \frac{-4}{39} = \frac{1}{26} \cdot \frac{-39}{4} = -\frac{1 \cdot 39}{26 \cdot 4} = -\frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4} = -\frac{3}{8}$ $\frac{-5}{18} : \frac{-15}{12} = \frac{-5}{18} \cdot \frac{-12}{15} = \frac{5 \cdot 12}{18 \cdot 15} = \frac{1 \cdot 2}{3 \cdot 3} = \frac{2}{9}$	$\frac{22}{5} : \frac{-33}{35} = \frac{22}{5} \cdot \frac{-35}{33} = -\frac{22 \cdot 35}{5 \cdot 33} = -\frac{2 \cdot 7}{1 \cdot 3} = -\frac{14}{3}$ $\frac{1}{54} : \frac{-17}{-36} = \frac{1}{54} \cdot \frac{36}{17} = \frac{1 \cdot 36}{54 \cdot 17} = \frac{1 \cdot 2}{3 \cdot 17} = \frac{2}{51}$ $\frac{1}{5} : \frac{-3}{5} = \frac{1}{5} \cdot \frac{-5}{3} = -\frac{1 \cdot 5}{5 \cdot 3} = -\frac{1 \cdot 1}{1 \cdot 3} = -\frac{1}{3}$ $3 : \frac{-8}{15} = 3 \cdot \frac{-15}{8} = -\frac{3 \cdot 15}{8} = -\frac{45}{8}$ $\frac{-6}{5} : (-2) = \frac{-6}{5} \cdot \frac{-1}{2} = \frac{6 \cdot 1}{5 \cdot 2} = \frac{3 \cdot 1}{5 \cdot 1} = \frac{3}{5}$
---	--

2) L'écriture "embêtante"

Le quotient de deux fractions peut s'écrire de deux façons différentes.

Exemples

Le quotient de $\frac{3}{2}$ par $\frac{7}{5}$ peut s'écrire $\frac{\frac{3}{2}}{\frac{7}{5}}$. On a donc $\frac{\frac{3}{2}}{\frac{7}{5}} = \frac{3}{2} : \frac{7}{5} = \frac{3}{2} \cdot \frac{5}{7} = \frac{15}{14}$

Le quotient de $\frac{5}{3}$ par 8 peut s'écrire $\frac{\frac{5}{3}}{8}$. On a donc $\frac{\frac{5}{3}}{8} = \frac{5}{3} : \frac{8}{1} = \frac{5}{3} \cdot \frac{1}{8} = \frac{5}{24}$

Transforme le quotient « à étages » en un quotient « normal », puis calcule.

$\frac{\frac{8}{3}}{\frac{7}{9}} = \frac{8}{3} : \frac{7}{9} = \frac{8}{3} \cdot \frac{9}{7} = \frac{8 \cdot 9}{3 \cdot 7} = \frac{8 \cdot 3}{1 \cdot 7} = \frac{24}{7}$ $\frac{\frac{-5}{8}}{\frac{11}{12}} = \frac{-5}{8} : \frac{11}{12} = \frac{-5}{8} \cdot \frac{12}{11} = -\frac{5 \cdot 3}{2 \cdot 11} = -\frac{15}{22}$ $\frac{\frac{-1}{2}}{\frac{-7}{12}} = \frac{-1}{2} : \frac{-7}{12} = \frac{1}{2} \cdot \frac{12}{7} = \frac{1 \cdot 6}{1 \cdot 7} = \frac{6}{7}$	$\frac{\frac{-24}{27}}{\frac{-18}{15}} = \frac{-24}{27} : \frac{-18}{15} = \frac{-24}{27} \cdot \frac{15}{-18} = \frac{4 \cdot 5}{9 \cdot 3} = \frac{20}{27}$ $\frac{\frac{9}{2}}{\frac{3}{3}} = 9 : \frac{2}{3} = 9 \cdot \frac{3}{2} = \frac{9 \cdot 3}{2} = \frac{27}{2}$ $\frac{\frac{9}{2}}{3} = \frac{9}{2} : 3 = \frac{9}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{3 \cdot 1}{2 \cdot 1} = \frac{3}{2}$
---	--

D) Puissance d'une fraction

1) Rappel de la règle d'exponentiation

Pour élever une fraction à une puissance, il suffit
d'élever chaque terme de la fraction à cette puissance.

Exemples : $\left(\frac{2}{3}\right)^4 = \frac{(2)^4}{(3)^4} = \frac{16}{81}$ $\left(\frac{-4}{3}\right)^3 = \frac{(-4)^3}{(3)^3} = \frac{-64}{27}$

Calcule.

$$\left(\frac{-3}{4}\right)^2 = \frac{(-3)^2}{4^2} = \frac{9}{16} \qquad \left(\frac{-5}{3}\right)^3 = \frac{(5)^3}{3^3} = \frac{5^3}{3^3} = \frac{125}{27}$$

$$\left(\frac{-2}{-5}\right)^3 = \frac{(-2)^3}{(-5)^3} = \frac{-8}{-125} = \frac{8}{125} \qquad \left(\frac{-7}{10}\right)^2 = \frac{(-7)^2}{10^2} = \frac{49}{100}$$

$$\left(\frac{-1}{5}\right)^4 = \frac{(-1)^4}{5^4} = \frac{1}{625} \qquad \left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{2^3}{3^3} = \frac{8}{27}$$

$$\left(\frac{-2}{3}\right)^3 = \frac{(-2)^3}{3^3} = \frac{-8}{27} = -\frac{8}{27} \qquad -\left(\frac{-8}{5}\right)^2 = -\frac{(-8)^2}{5^2} = -\frac{64}{25}$$

E) Opérations mélangées

Reconnais l'opération, puis calcule.

$$\frac{5}{8} - \frac{1}{12} = \frac{15}{24} - \frac{2}{24} = \frac{13}{24} \qquad \frac{-12}{-50} \cdot \frac{75}{-18} = -\frac{12.75}{50.18} = -\frac{2.3}{2.3} = -1$$

$$\frac{-18}{5} \cdot \frac{15}{-8} \cdot \frac{-2}{-25} = \frac{18.15.2}{5.8.25} = \frac{9.3.1}{1.2.25} = \frac{27}{50} \qquad \left(\frac{-3}{7}\right)^2 = \frac{9}{49}$$

$$\frac{-4}{5} \div \frac{-10}{9} = \frac{2.9}{5.5} = \frac{18}{25} \qquad \frac{4}{-3} = -\frac{16}{3}$$

$$\frac{7}{6} \div \frac{-21}{10} = -\frac{1.5}{3.3} = -\frac{5}{9} \qquad \frac{-32}{15} \div \frac{-48}{45} = \frac{32}{15} \cdot \frac{45}{48} = \frac{2.3}{1.3} = 2$$

$$\frac{-21}{-10} \cdot \frac{-5}{12} = -\frac{21.5}{10.12} = -\frac{7.1}{2.4} = -\frac{7}{8} \qquad \frac{-1}{4} - \frac{2}{9} = \frac{-9}{36} - \frac{8}{36} = -\frac{17}{36}$$

$$-3 \cdot \frac{-3}{10} = \frac{3.3}{10} = \frac{9}{10} \qquad \frac{7}{5} - 5 = \frac{7}{5} - \frac{25}{5} = -\frac{18}{5}$$

$$\frac{-2}{9} - \frac{-5}{12} = \frac{-2}{9} + \frac{5}{12} = \frac{-8}{36} + \frac{15}{36} = \frac{7}{36} \qquad \left(\frac{-3}{4}\right)^3 = -\frac{27}{64}$$